

11 空間分解

| | |
|-----------------|-------|
| §1. 一般分解 | 11-2 |
| §2. 正交分解 | 11-26 |
| §3. 不變子空間 | 11-44 |

概要與指引

所謂空間分解，就是將向量空間拆成若干個子空間的直和(定義1)，試圖藉著了解各個子空間而了解整個複雜的空間。第九章所討論的投影是正投影，本章討論更一般的投影，並指出空間分解與投影映射之間密不可分的關係。

定理8指出由空間分解可以衍生出一組完整的投影映射，而定理9指出由一組完整的投影映射可以衍生出空間分解。初學者可先跳過定理8和定理9，使注意力集中在更常用的定理12上。投影映射是由等冪矩陣所描寫的映射(定義10)，定理14並將等冪矩陣完全分析清楚。空間分解的各個子空間若互相正交，就是正交分解。正交分解對應於正投影映射，而正投影映射是由厄米特等冪矩陣所描寫(定理20)。所謂不變子空間，概念上就是能與線性映射相配合的子空間。當空間被分解成不變子空間的直和時，就可以藉著觀察線性映射在各個子空間的行為而了解整個線性映射的行為(定理28)。

空間分解的概念在對角化用得不多，但若要討論 Jordan form(第14, 15章)，就一定要先有本章第一、三節的概念。第二節的概念與單式對角化(第13章)有關。另外，請讀者在進入本章之前先復習和空間的理論(第5章末，第6章初)。