

12 對角化

§1. 特徵值與特徵向量	12-2
§2. 對角化理論.....	12-26

概要與指引

“對角化”與“秩”並列為線性代數的兩大重點。任何一本線性代數的書，縱使取材各有不同，也都一定會討論到這兩個題材。

對角化以特徵向量與特徵值為基礎，第一節介紹它們的求算法。首先要由特徵多項式解出特徵值(定理7, 定義8)。然後再利用高斯消去法由各個特徵值求出特徵子空間。特徵子空間中的非零向量就是特徵向量(定義8要訣1)。

對角化有兩種說法。從線性算子 T 的角度看,對角化就是找一組特徵向量來當做基底。這時 T 相對於這基底的矩陣表示就會是一個對角線矩陣 (定理16)。從矩陣 A 的角度看, 對角化就是要使 A 相似於一個對角線矩陣。乍看之下, 這兩種說法似乎沒什麼相關, 但我們若將 A 看成一個線性映射(CH7定義9要訣3), 就可發現這兩種說法本質上並無不同(CH7定理19)。有許多書只談到矩陣的說法, 但整個理論必須從線性算子的角度觀察才能徹底了解。

對角化的計算較簡單, 學習上應該沒有困難。除了計算以外, 讀者還必須多注意對角化的理論(定理21, 定理23)。