

13 單式對角化

§1. 單式矩陣	13-2
§2. 三角化	13-15
§3. 正則矩陣	13-28
§4. 單式對角化的應用	13-58

概要與指引

對角化是找一組特徵向量來當做基底，而單式對角化是找一組特徵向量所形成的正交單位集來當做基底。從矩陣的角度來看，單式對角化就是要用單式矩陣來將它對角化。

第一節討論單式矩陣。就幾何意義來說，單式矩陣所造成的線性算子既保長又保內積(定理4),其實就代表一個剛性運動。第二節的三角化是一個中間結果。一方面可藉著單式三角化證明單式對角化的判別定理，另一方面，三角化又可增強為Jordan form。第三節所討論的正則矩陣就是可單式對角化的矩陣(定理15②)。我們還可以利用特徵值鑑別正則矩陣的類別(定理17c)。單式對角化的計算並不困難，只須仿照普通對角化的作法，到最後階段再將所取的特徵向量化為正交單位集即可。單式對角化是對複數矩陣來討論的，就實數矩陣來說，相對應的問題是正交對角化。可正交對角化的實數矩陣恰好就是對稱矩陣(定理15①)。

第四節討論單式對角化的一些應用，包括同餘對角化(範例20要訣1)，矩陣範數(範例24)，Rayleigh商式(定理26)，奇異值分解(定理28)。