

3 列運算

§1. 高斯消去法	3-2
§2. 列矩陣與LU分解	3-34

概要與指引

求解一次聯立方程式是線性代數的核心問題。就理論角度來看，解的存在性相對於線性映射的映成，而解的唯一性相對於線性映射的一對一(見第七，八章)。而就實用角度來看，爲了要(利用電腦來)解大方程式，我們需要一種有系統，有效率的方法。--- 高斯消去法就是滿足這個要求的演算法。

高斯消去法利用列運算，將矩陣化爲梯形或列簡梯形。我們在第一節詳細介紹這演算法的兩種主要型態：先除型，延除形([4], [4a], [4b])。並舉例解說方程式的解法([5]-[9])及解的判別法([10], [11])。還討論如何解未知矩陣及求逆矩陣([12a],[12b])。

執行列運算相當於左乘列矩陣，本書藉著由淺而深的一串範例詳細解說這個觀念([13]--[17])，並利用它闡釋LU分解與PLU分解([21], [27]--[30])。這個部份的講法包含著筆者多年來的心血結晶。在LU分解方面，可統一 Noble & Daniel(先除型) 與Strang(延除型)的兩種做法；在PLU分解方面，筆者將自創用來求算排列矩陣的“觀念列對調法”加以詳細的解說([29])，希望讀者多加體會。在此還特別盼望學術界各位先進多加賜教。

本章都是一些必備的基礎技巧，因此無所謂本章重點，讀者必須循序漸近地學習。第二節稍難，須等第一節熟練後才可能接受。初學者在讀完第一節後可立即進入下章,等需要時(或讀第二波時)再回來補足第二節。