

## 6 基底與坐標化

§1. 生成 .....	6-2
§2. 獨立 .....	6-14
§3. 基底與維度 .....	6-27
§4. 坐標 .....	6-55

### 概要與指引

本章討論向量空間的內部結構。首先澄清生成及獨立的概念，然後利用它們定義基底。藉著基底，空間中的抽象向量就可以用行矩陣來描寫。

本章一至三節的理論密度較高，是學習線性代數的瓶頸。要多讀幾遍，多寫幾遍，多想幾遍；才能漸漸記住，也才能確實了解。第一節討論由向量空間 $V$ 內的子集合 $X$ 所建造出來的子空間  $\text{span}X$ 。若 $X$ 建出整個 $V$ ，就說 $X$ 生成 $V$ 。第二節討論 $X$ 內的向量是否能組成一個特殊的關係式。若答案是肯定，就說它線性相關，若答案是否定，就說它線性獨立。若 $X$ 線性獨立，又生成 $V$ ，就說它是 $V$ 的基底。第三節討論基底的各種性質，並以嚴格的定義取代先前模糊的維度概念。

第四節定義座標，並討論座標變換。其中最重要的就是要寫得出基底關係矩陣（定理33）。這基底關係矩陣在後面還會經常用到。這一節沒有什麼深刻的理論（不須苦思，只要明辨即可），但是大家卻普遍學不好。這主要是因為眼高手低，不肯動手默寫座標的定義（定義28），於是也就分不清楚坐標和向量的異同。筆者在此呼籲各位讀者務必要忠實地依照定義28（不是依照直覺！）分辨範例29中哪些是向量？哪些是坐標？等確實弄清楚範例28--30後再開始讀座標變換。