

7 線性映射與矩陣表示

§1. 線性映射	7-2
§2. 矩陣表示	7-14

概要與指引

線性映射是線性代數的主題，本章所討論的是線性映射的初步知識。第一節介紹線性映射的概念與實例。第二節定義它的矩陣表示，並討論相對於不同基底的矩陣表示之間的轉換關係。

所謂線性映射，其實就是在向量空間之間，能與運算相配合的函數(定理2)。這種函數只要在一個基底上的值確定，整個函數就跟著確定(定理3)。請特別注意：在行矩陣空間之間，線性映射都是利用矩陣左乘製造出來的(定理6)。藉著基底，我們一方面用坐標描寫向量，另一方面用矩陣描寫線性映射(定義9)。於是定理6就可以推廣而適用到抽象空間之間的線性映射(定理15)。

向量的坐標因基底而定，不同基底所產生的坐標之間可利用基底關係矩陣相聯結(第6章定理33)。同樣，線性映射的矩陣表示因基底而定，不同基底所產生的矩陣之間也可利用基底關係矩陣相聯結(定理24)。線性映射與坐標變換密切相關，但概念上卻是兩回事。爲了澄清這些概念，我們將上章定理33，本章定理15，定理24這三大定理綜合而成定理26。藉著定理26的“帳篷圖”，讀者可以對這些容易混淆的定理得出一個明晰的印象。注意定理19只是定理24的特例，但在實用上，定理19反而比較重要，也較容易混淆，讀者要對它多加留意。

爲了幫助讀者掌握這些題材，本章特別設計了循序漸進的一連串範例([10]--[20])。這些題目的基礎還是在上章的定義28和定理33，請務必親自動手演練。