

8 映射理論

§1. Sylvester' s Law	8-2
§2. 矩陣的秩	8-30
§3. 映射空間	8-48

概要與指引

本章深入研討線性映射的理論。由於線性映射和矩陣是一體的兩面，因此本章也相當於在研討矩陣的理論。

本章一二節是線性代數的重心，這個部份一方面總結本書前半部的討論，一方面為後半部的研習立下基礎。定理8的公式將定義域，核空間，值域三者之間的維度結合在一起，定理11利用這公式澄清一對一與映成之間的互動。定理13指出秩的豐富內涵，定理17則利用秩來判別可逆性。這四個定理是本章的重點，也是全書的重點。一二節份量較沉重，必須多讀幾遍，多用各種角度思考，才能融會貫通。其中定理12a，定理12c，定理21是比較深的結果，初學者應先跳過，等有空再慢慢研讀。

第三節討論許多線性映射之間的關係。定理23和定理29使我們可以將線性映射的問題轉化成矩陣的問題來考慮。也因此，本節的理論體系與第二章非常近似。兩個向量空間同構就表示它們本質上一樣，只不過是外形，記號上有所不同。因此，定理28b已完全解決有限維空間的結構問題。就準備考試而言，第三節比較偏向傳統線性代數，若讀者以應用線性代數為研習主題，這一節只須稍加瀏覽即可。緊接第三節之後還有一些更深的題材(對偶空間)，本書將它編在附錄C。