

# 名詞一覽表

(等號= 表示同一概念有不同的名詞)

◎表示重要名詞

○表示一般名詞

\*表示本書引入的名詞

## 一. 向量幾何

### 1 定義

○向量相等(equal)

○向量加法(add)

○向量減法(subtract)

○係數積(scalar multiplication)

○零向量(zero vector)

### 3 定義

○內積(inner product)

=點乘積(dot product)

=純量積(scalar product).

○長度(length=norm)

○單位向量(unit vector)

○單位化=標準化(normalization).

○夾角(angle)

◎正交(orthogonal).

○正交單位基底(orthonormal basis)

○距離(distance)

\*同向

\*反向

### 5 定理

○對稱性(symmetric)

○雙線性(bilinear)

◎正定性(positive definite)

◎正半定性(positive semi-definite)

### 6 定理

◎柯西不等式(Cauchy-inequality)  
=Schwarz inequality)

### 7 定理

◎三角不等式(triangle inequality)

### 8 定義

○平行四邊形(parallelogram)

○面積(area)

○平行六面體(parallelepiped)

○體積(volume)

○(正)投影量

◎正投影向量(orthogonal projection)

◎投影(projection)

○距離(distance)

### 11 定義

○外積(outer product)

=向量積(vector product)

=叉乘積(cross product)

### 12a 定理

○Householder矩陣

**14 定義**

\*三向量積(triple product)

**19 定義**

○法向量(normal vector)

○超平面(hyperplane)

**20 定義**

○直線(line)

○直線參數式

○直線對稱式

**20a 定義**

○(二維)平面(plane)

○平面參數式

**二. 矩陣****1 定義**

○尺度(size)

○矩陣(matrix)

○佈於實數系的矩陣(a matrix over  $\mathbb{R}$ )

○矩陣相等(equal)

○列(row)

○行(column)

**2 定義**

○行向量(column vector)

=行矩陣(column matrix)

○列向量(row vector)

=列矩陣(row matrix)

○方陣(square matrix)

○主對角線(main diagonal)

○零矩陣(zero matrix)

○對角(線)矩陣(diagonal matrix)

○上三角矩陣(upper triangular matrix)

○嚴格(strictly)上三角矩陣

○單位(unit)上三角矩陣

○下三角矩陣(lower triangular matrix)

○嚴格(strictly)下三角矩陣

○單位(unit)下三角矩陣

**3 定義**

○矩陣的加法(addition)

○矩陣的係數積(scalar multiplication)

○矩陣的線性組合(linear combination)

**4 定義**

○矩陣的乘法(multiplication)

○矩陣的乘冪(power)

○左橫切右直切規則(row-by-column rule)

\*左因子, 右因子

○乘積(product)

○左乘(premultiply)

○右乘(postmultiply)

○可交換(commute)

**4a 定理**

\*指數定律

**6 定理**

\*右直切分解法

\*左直切展開法

**7 定理**

\*左橫切分解法

\*右橫切展開法

**8 定理**

○塊狀乘法(block multiplication)

**10 定義**

○單位方陣(identity matrix)

◎可逆矩陣(invertible matrix)

◎逆矩陣或反矩陣(inverse)

○左反矩陣(left inverse)

○右反矩陣(right inverse)

◎奇異方陣(singular matrix)

◎非奇異方陣(non-singular matrix)

**15 定義**

○方陣的多項式(polynomial of matrix)

**18 定義**

○方陣的分式

**22 定義**

◎轉置(transpose)

◎共軛轉置(conjugate transpose

=hermitian transpose=hermitian)

**25 定義**

○對稱矩陣(symmetric matrix)

○斜對稱矩陣(skew-symmetric matrix)

=反對稱矩陣(anti-symmetric matrix)

◎正交矩陣(orthogonal matrix)

**27 定義**

◎跡(trace)

三. 列運算

**1 定義**

○一次聯立方程組

=線性方程組(system of linear equations)

=線性方程式(linear equation)

○係數矩陣(coefficient matrix)

\*未知數(unknown)矩陣

\*常數項矩陣

○增廣矩陣(augmented matrix)

=分隔矩陣(partitioned matrix)

○解集合(solution set)

○解空間(solution space)

○同義方程式(equivalent equation)

○矛盾方程式(inconsistent equation)

○相容方程式(consistent equation)

○齊次方程式(homogeneous equation)

○非齊次方程式(nonhomogeneous equation)

○齊次解(homogeneous solution)

○顯然解(trivial solution)

**3 定義**

○基本列運算(elementary row operation)

\*對調型基本列運算

\*列乘型基本列運算

\*加入型基本列運算

○列等價(row equivalent)

**4 定義**

○梯形矩陣(echelon matrix)

◎秩(rank)

◎樞紐(pivot)

○樞紐行(pivotal column)

○列(已)簡化(row-reduced)矩陣

○列簡梯陣(row-reduced echelon matrix

=reduced row-echelon form

=row echelon form)

**4 a** 演算法

◎高斯消去法(Gauss elimination)

**4 c** 演算法

○部份樞紐法(partial pivoting)

○完整樞紐法(complete pivoting)

**5** 定理

○back substitution

○Gauss-Jordan method.

○Gauss elimination

○Gauss-Jordan elimination.

**7** 範例

○基本變數(basic variable)

=領導變數(leading variable)

○自由變數(free variable)

**13** 定義

◎基本列矩陣(elementary row matrix  
=elementary matrix)

**14** 定義

○排列矩陣(permutation matrix)

\*列乘矩陣

\*下加矩陣

\*L因子矩陣

**15** 定理

\*列矩陣基本定理

**17** 定理

\*列運算表現定理

**21** 定理

\*L因子的分解法則

\*L因子的疊合法則

**22** 定義

○基本行運算(elementary column operation)

○行等價(column equivalent)

**23** 定義

○基本行矩陣(elementary column matrix)

**24** 定理

\*行矩陣基本定理

**25** 定理

\*行運算表現定理

**27** 定理

◎LU分解(LU-decomposition  
=LU-factorization)

○LDU分解

**28 a** 範例

○LDL<sup>T</sup>分解

○LL<sup>T</sup>分解=Cholesky decomposition

**29** 定理

○P<sup>T</sup>LU分解

## 四. 行列式

**1** 定義

○排列=重排(permutation)

○n個符號的對稱群

(symmetric group on n symbols)

○逆序(inversion)

○正負號(sign)

○偶排列(even permutation)

○奇排列(odd permutation)

**4 定義**

◎行列式(determinant)

**5 定理**

\*行列式轉置定理

\*行列式共軛定理

**6 定理**

\*行列式乘法定理

**10 定義**

○子矩陣(minor matrix=submatrix)

○餘因式(cofactor)

**11 定理**

\*降階展開式

**12a 定理**

\*交叉降階公式

**14 定理**

◎Vandermonde行列式

**16 定義**

○古典伴隨矩陣(classical adjoint)

**18 定理**

◎Cramer's rule

## 五. 向量空間與衍生空間

**1 定義**

○體(field)

**3 定義**

○向量空間(vector space)

=線性空間(linear space)

○向量(vector)

○純量(scalar)

○零向量(zero vector)

○實向量空間(real vector space)

○複向量空間(complex vector space)

○零空間(zero space)

**4 範例**

\*n元序組空間(n-tuple space)

**5 範例**

○矩陣空間(matrix space)

○多項式空間(polynomial space)

\*分式空間

\*數列空間

○函數空間(function space)

**8 定理**

○消去律(cancellation law)

**9 定義**

◎線性組合(linear combination)

○無聊組合(trivial combination)

○凸組合(convex combination)

**10 定義**

◎子空間(subspace)

○顯然子空間(trivial subspace)

○非顯然子空間(nontrivial subspace)

○適當子空間(proper sub space)

**11 定理**

\*子空間判別定理

○向量加法的封閉性

○係數積的封閉性

○線性組合的封閉性

**16 定義**

◎行空間(column space)

◎列空間(row space).

### 16a 定理

\*列空間轉置定理

### 19 定義

◎(右)核空間(kernel=null space)

◎左核空間(left kernel=left null space)

◎基本子空間(fundamental subspace)

### 19a 定理

\*核空間轉置定理

### 22 定理

\*子空間交集定理

### 24 定理

\*子空間聯集定理

### 24a 定義

○陪集(co-set)

○陪空間(co-space)

○和集(sum)

### 24c 定理

○分割(partition)

○模 $W$ 同餘(congruence modulo  $W$ )

### 25 定義

○和空間(sum=join)

### 29 定義

○積集合(product set)

=笛卡爾積(Cartesian product)

○ $r$ 元序組( $r$ -tuple)

○序對(ordered pair)

○積空間(product space)

○直積(external direct product)

### 31 定義

○商空間(quotient space)

## 六. 基底與坐標化

### 1 定義

◎生成(generate)=展成(span)

◎生成集(generating set=spanning set)

○有限生成(finitely generated)

○凸封包(convex closure)

### 8 定義

◎線性相關集(linearly dependent set)

=相關集(dependent set)

◎線性獨立集(linearly independent set)

=獨立集(independent set)

### 9 定義

◎線性相關(linearly dependent)

◎線性獨立(linearly independent)

### 9a 定義

○相關於(be dependent on)

○獨立於(be independent of)

### 16 定義

◎基底(basis, bases)

○有限維(finite dimension)

○標準基底(standard basis)

### 17 定理

○Steinitz Replacement Theorem

### 19 定理

◎維度(dimension)

**19a** 定理

○最大獨立集(maximal independent set)

○最小生成集(minimal generating set)

**20** 定理

\*生成集的裁員定理

**21** 定理

\*獨立集的擴編定理

**22a** 定理

\*子空間維度定理

**23** 定理

\*列空間的列運算定理

**24** 定理

\*行空間的列運算定理

**25** 定理

\*和空間的維度公式

**27** 定義

○有序集(ordered set)

\*描述矩陣

**28** 定義

◎有序基底(ordered basis).

◎座標(coordinate)

=座標矩陣(coordinate matrix)

○座標映射(coordinate mapping)

**33** 定義

◎座標變換矩陣(transition matrix)

**33** 定理

\*座標變換定理

## 七. 線性映射與矩陣表示

**1** 定義

◎線性映射(linear mapping)

=線性變換(linear transformation)

=線性函數(linear function)

◎線性算子(linear operator)

○線性泛函(linear functional)

◎同構映射(isomorphism)

○半線性映射(semi-linear mapping)

**9** 定義

◎矩陣表示(matrix representation)

**15** 定理

\*線性映射的坐標公式

**19** 定理

\*矩陣表示的換底公式I

**24** 定理

\*矩陣表示的換底公式II

## 八. 映射理論

**1** 定義

○定義域(domain)

○對應域(codomain)

○值域(range)

○直像(direct image)

○反像(inverse image)

**5** 定義

- ◎核空間(kernel=null space)
- ◎像空間(image)=值域(range)
- ◎零數(nullity)
- ◎秩(rank)

**7 定理**

- \*一對一判別定理

**8 定理**

- Sylvester's law  
=線性映射維度定理  
(dimension theorem of linear mapping)

**11 定理**

- \*同維度映射定理

**11a 定理**

- \*保相關

**11b 定理**

- \*保獨立

**11c 定理**

- \*保生成

**11d 定理**

- \*保基底

**12a 定理**

- \*Extended Sylvester's law

**13 定理**

- ◎rank定理

**13 定義**

- ◎秩(rank)
- 列秩(row rank)
- 行秩(column rank)

**15 定理**

- ◎滿秩(full rank)

**22 定義**

- 線性映射的和(sum)
- 線性映射的係數積(scalar product)
- 線性映射的複合(composition)
- 線性映射的乘冪(power)

**27 定義**

- 恆等映射(identity mapping)
- ◎可逆(invertible)映射
- ◎逆映射=反函數(inverse)
- ◎同構映射(isomorphism).
- ◎同構(isomorphic)

**35 定義**

- 線性算子的多項式  
(polynomial of linear operator)

## 附錄A. 抽象代數概論

**1 範例**

- 模 $n$ 整數環(the ring of integer modulo  $n$ )

**2 定義**

- (二元)運算(binary operation)
- 結合性(associativity)
- 單位元素(identity)=么元素
- 反元素(inverse)
- 可逆(invertible)
- 左反(元素) (left inverse)
- 右反(元素)(right inverse)
- 可交換(commute)
- 交換性(commutative)



- 分配性(distributive)
- 封閉性(closed)
- 前置記法(prefix notation)
- 中置記法(infix notation)
- 3** 定義
  - 半群(semigroup)
  - 單形(monoid)
  - 群(group)
  - 交換群(commutative group=abelian group)
  - 環(ring)
  - 附么環(ring with identity)
  - 交換環(commutative ring)
  - 附么交換環  
(commutative ring with identity)
  - 體(field)
  - 斜體(skew field)
  - 零因子(zero divisor)
  - 整域(integral domain).
  - 佈於K的線性代數(linear algebra over K)  
=代數.
  - 交換代數(commutative algebra)
  - 消去性(cancellation property)
- 7** 範例
  - S的對稱群(symmetric group of S)
- 8** 定義
  - 子群(subgroup)
  - 正則子群(normal subgroup)
  - 子環(subring)
  - 理想子環=理想(ideal)
  - 子體(subfield)

- 擴張體(extension field)
- 9** 定理
  - \*子結構的判別法
  - 除法封閉性
  - 減法封閉性
  - 乘法封閉性
  - 吸收性
- 10** 定理
  - principle ideal
- 14** 定義
  - 群同態(group homomorphism)
  - 環同態(ring homomorphism)
  - 嵌同態(monomorphism)
  - 蓋同態(epimorphism)
  - 同構(isomorphism)
  - 自同態(endomorphism)
  - 自同構(automorphism)
- 17** 定義
  - 核(kernel)
  - 像(image)
- 18** 定理
  - \*一對一判別定理

## 附錄C. 對偶空間

- 1** 定義
  - 對偶空間(dual space)  
=共軛空間(conjugate space)
  - 線性泛函(linear functional)  
=泛函(functional)

○零泛函(zero functional)

○第二對偶空間(second dual space)

**5** 定義

○對偶基底(dual basis)

**9** 定義

○計值泛函(evaluation functional)

**14** 定義

○對偶映射(dual mapping)