

名詞一覽表

等號= 表示同一概念有不同的名詞

◎表示重要名詞

○表示一般名詞

*表示本書引入的名詞

第九章 內積

1b 定義

*標準實內積

* (雙線性)標準複內積

* (左線性)標準複內積

* (右線性)標準複內積

○歐氏空間(Euclidean space)

○單式空間(unitary space)=酉空間

◎內積(inner product)=純量積(scalar product)

2 定義

○實內積(real inner product)

○內積(inner product)

*左線性複內積(complex inner product)

*右線性複內積(complex inner product)

○內積空間(inner product space)

○純量積 (scalar product)

○正定純量積

○厄米特積(Hermitain product)

○正定厄米特積

3 範例

○連續(continuous)

4 定義

◎正交(orthogonal)

◎正交補集(orthogonal complement)

○長度(norm)

○單位向量(unit vector)

○單位化(normalization)

○距離(distance=metric)

◎正交集(orthogonal set)

◎正交單位集(orthonormal set)

○正交單位基底(orthonormal basis)

○第一型柴比雪夫多項式(Tchebycheff polynomial of the first kind)

7b 範例

*內積的座標公式

9 定理

◎柯西不等式(Cauchy-Bunyakovskii-Schwarz inequality)

9a 定理

◎三角不等式(triangular inequality)

11 定義

◎正投影(orthogonal projection)

○正投影向量

○正投影映射

12 定理

* 正交基底的正投影公式

○ Bessel's inequality

13 定理

○ 最小距離性質

14 範例

○ Fourier expansion

15 定理

16 定理

◎ 正交化(orthogonalize)

◎ Gram-Schmidt orthogonalization process

19 演算法

◎ QR分解(QR-decomposition)
=QR factorization)

○ 未單位化之QR分解(unnormalized
QR-decomposition)

○ 單位化之QR分解(normalized
QR-decomposition)

21 a 定理

◎ 近似解問題
=最小平方問題(least square problem)

22 定理

* 正投影公式

第十章 形式

1 定義

◎ 雙線式(bilinear form)

◎ 左(右)1.5線式(sesqui-linear form)
=形式(form)

2b 範例

* 矩陣抽出法

2c 定理

* (雙線式及1.5線式的)矩陣相等定理

6 定義

○ 形式的矩陣表示(原始型, 轉置型)

7 定理

* 坐標計算公式

8 定理

* 矩陣表示的變換公式

10 定義

○ 相合(congruence) (中文譯名不統一)

○ 厄米特相合(hermitian congruence)

12 定義

◎ 厄米特(Hermitian)矩陣
=自伴隨(self adjoint)矩陣

◎ 斜(skew)厄米特矩陣

◎ 對稱(symmetric)矩陣

◎ 斜(skew)對稱矩陣=反(anti)對稱矩陣

14 定理

○ 對稱部

○ 斜對稱部

15 定理

○ 不變性

16 定義

* 共軛對稱性

○ 厄米特式(Hermitian form)

○ 對稱性

○ 對稱雙線式(symmetric bilinear form)

17 a 定義

○二次式(quadratic form)

*共軛二次式

18 定理

*實定(real definite)

19 定義

◎正半定(positive semidefinite)矩陣,

◎正定(positive definite)矩陣,

○負半定(negative semidefinite)矩陣

○負定(negative definite)矩陣

○不定(indefinite)矩陣

○正半定式

○正定式

19a 定義

*弱正定矩陣

*弱正半定矩陣

21 定義

○退化(degenerate)

○非退化(non-degenerate),

27 定義

○左上角行列式(principle minor)

29 定義

○伴隨映射(adjoint mapping)

○伴隨算子(adjoint operator)

31 定義

◎厄米特(Hermitian)算子

=自伴隨(self-adjoint)算子

○斜厄米特(skew-Hermitian)算子

◎正定(positive)算子

◎單式(unitary)算子

◎正則(normal)算子

第十一章 空間分解

1 定義

◎獨立(independent)子空間

◎子空間的和(direct sum)

○互補(complementary)子空間

◎直和分解

○不相交(disjoint)子空間

○兩兩獨立(pairwise independent)

6 定理

*直和的基底特性

10 定義

○投影=投影映射

(projection=idempotent)

○等幂矩陣(idempotent)

*互斥(disjoint)映射

○完整投影集(complete set of projection)

○自逆矩陣(involutory)

15 定義

○正交(orthogonal)子空間

○正交和(orthogonal sum)

○正交分解(orthogonal decomposition)

○正交互補(orthogonal complementary)

19 定義

正投影=正投影映射(orthogonal projection)

23 定理

*基本子空間的正交定理

25 定義

○T-不變子空間(T-invariant subspace)

27 定義

- 方陣的直和(direct sum)
- 扇基底(fan basis)

29 定理

- 妥善定義(well-defined)

第十二章 對角化

1 定義

- ◎特徵向量(characteristic vector)
 - =固有向量(eigenvector)
- ◎特徵值(characteristic value)
 - =固有值(eigenvalue)

8 定義

- ◎特徵子空間(characteristic subspace)
 - =eigenspace)
- ◎特徵多項式(characteristic polynomial)
- 特徵方程式
- 光譜(spectrum)

9a 定理

- 餘式定理
- 因式定理
- 代數學基本定理
 - (fundamental theorem of algebra)
- 分解體(splitting field)

9b 定理

- 中間值定理(mean-value theorem)
 - =勘根定理

13 定理

*特徵多項式的展開公式

15 定義

- ◎對角化(diagonalization)
- ◎可對角化(diagonalizable)
- non-defective
- defective

18 定義

- ◎代數重數(algebraic multiplicity),
- ◎幾何重數(geometric multiplicity)

24 定理

- 光譜分解(Spectral decomposition)

27 定義

- 可同步對角化
 - (simultaneous diagonalizable)

第十三章 單式對角化

1 定義

- ◎單式(unitary)矩陣
- ◎正交(orthogonal)矩陣
- 單式(unitary)映射

7 定義

- ◎可三角化(triangulable)

9 定義

- 單式等價(unitary equivalent)
- ◎單式對角化(unitarily diagonalizable)
- ◎單式三角化(unitarily triangulable)
- 正交等價(orthogonally equivalent)
- ◎正交對角化(orthogonally diagonalizable)

◎正交三角化(orthogonally triangulable)

◎可單式對角(三角)化

10 定理

◎Schur's lemma

12 定義

◎正則矩陣(normal matrix)

○正則算子(normal operator)

20 範例

○form的對角化

21 定理

○主軸定理(Principle Axis Theorem)

25 定義

◎瑞雷商式(Rayleigh's quotient)

26 定理

◎Rayleigh's principle

27 定義

○奇異值矩陣(singular value matrix),

○奇異值(singular value)

28 定理

○奇異值分解

(Singular Value Decomposition)

○左奇異向量(left singular vector)

○右奇異向量(right singular vector)

第十四章 冪零

1 定義

○冪零算子(nilpotent);

◎指標(index)

◎冪零矩陣(nilpotent);

2 定義

*下移矩陣,

○循環矩陣(cyclic matrix)

3 定義

*局部冪零算子

*局部可逆算子

4 定理

*核空間鏈(kernel chain)

5 定理

*像空間鏈(image chain)

7 定理

○Fitting's lemma

9 定義

○T-循環子空間(T-cyclic subspace)

○高度(height)

○周期(period)

12 定理

○冪零的循環分解定理

(cyclic decomposition theorem for nilpotent)

○不變集(invariant set)

◎Jordan Canonical form

第十五章 Jordan Form

3 定義

◎廣義特徵子空間(generalized eigenspace)

○廣義特徵向量(generalized eigenvector)

7 定義

○基本矩陣(elementary Jordan matrix
=Jordan block)

8 定理

◎Jordan Canonical form

=Jordan form

=classical canonical form

○Segre特徵數(Segre characteristics)

8a 範例

*Jordan基底關係圖

13a 範例

○可對角化部(diagonalizable part)

○冪零部(nilpotent part)

第十六章 綜合論述

5b 定理

*等比型數列

*等比數列收斂區

5c 定理

○上界(upper bound)

14 範例

○Markov chain

18 定理

◎Cayley-Hamilton定理

21 定義

○最小多項式(minimal polynomial)

25 定理

○質因式分解定理

(Primary Decomposition Theorem)

25a 定理

○Lagrange內插法

30 定義

*矩陣對的特徵向量與特徵值

*矩陣對的特徵多項式

*矩陣對的特徵子空間

附錄B 範數理論

1 定義

○範數(norm)

○賦範空間(normed vector space)

○半徑(radius)

○單位球面(unit sphere)

○單位球(unit ball)

○衍生(induced)

2 範例

○標準範數(standard norm)

○Euclidean norm

○unitary norm

○Minkowski's inequality

5 定義

○範數等價(equivalent)

7 定義

○收斂(converge)

○極限(limit)

○發散(diverge)

11 定義

○向量級數(series of vectors)

14 定義

- 有界(bounded)線性映射
- 無界(unbounded)線性映射

16 定義

- 極限(limit)
- 連續(continuous)
- 均勻連續(uniformly continuous)

18 定義

- 映射範數(transformation norm)

22 定理

- 最大絕對行和
(maximum absolute column sum)
- 最大絕對列和
(maximum absolute row sum)

25 定義

- 條件數(condition number)

29 定理

- 擾動(perturbation)
- 相對誤差(relative error)

30 定義

- 條件良好(well-conditioned)
- 條件不良(ill-conditioned)

附錄D 線性映射與幾何

1 範例

- 常數映射(constant mapping)
- 恆等映射(identity mapping)
- 零映射(zero mapping)

- 反轉映射=原點鏡射(reflection about o)
- 倍數k的伸縮映射(scaling with factor k)
- 伸展映射(expansion)
- 收縮映射(compression)
- 倍數k的z向伸縮映射(the scaling along the z direction by factor k)

3 範例

- 平移(translation)
- 仿射映射(affine mapping)

4 範例

- 切變(shear)

5 範例

- 對換軸映射

8 定義

- (斜)投影點
- (斜)鏡射點
- 正投影點,
- 正鏡射點
- * 鏡域
- ◎投影映射(projection)
- ◎投影矩陣(projection matrix)
- 鏡射映射(reflection)
- 鏡射矩陣

10 定理

- * 投影及鏡射的關係定理(幾何型)

11 定理

- * 投影及鏡射的關係定理(代數型)

12 定理

- 自逆矩陣(involutory)

13 定理

○Householder矩陣

17 定理

* \mathbb{R}^n 上的正投影公式

18 定義

○外積

*外積矩陣

24 範例

○ \mathbb{R}^3 的旋鏡射

26 定理

○實正交矩陣