

逢甲大學88資工所

科目: 基礎數學(含線性代數, 離散數學)

- 1.(5%) (離散) 2. (5%) (離散) 3. (5%) (離散) 4. (5%) (離散) 5. (5%) (離散)
6. (5%) (離散) 7. (5%) (離散) 8. (5%) (離散) 9. (5%) (離散) 10. (5%) (離散)

11. (15%) 【逢甲88資工】

Decompose the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ into the product of the lower and upper

triangular matrices L and U , that is, $A=LU$.

【分析】本題屬於題型03E. 請參閱綜線CH3範例28.

【解】(細節略)

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

12. (10%) 【逢甲88資工】

Let A and B be $n \times n$ matrices. Show that AB and BA have the same eigenvalues.

【分析】本題屬於題型16F.

【解】請參閱綜線CH16定理1, 使此處不再重複.

13. (10%) 【逢甲88資工】

Find the best square fit by linear function to the data $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 3)$ and $(2, 9)$.

【分析】本題屬於題型09E. 請參閱綜線CH9範例21c.

【解】(細節略) 本題與09E13之數據完全相同. 所求為 $f(x)=1.8+2.9x$.

14. (15%) 【逢甲88資工】

Compute e^A for the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$.

【分析】本題屬於題型16B. 請參閱綜線CH16範例6.

【解】(細節略)

先對 A 做對角化得

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = P \operatorname{diag}(1, -1) P^{-1}, \quad \text{其中 } P = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$e^A = P \operatorname{diag}(e, e^{-1}) P^{-1} = \begin{bmatrix} 2e - e^{-1} & 2e - 2e^{-1} \\ -e + e^{-1} & -e + 2e^{-1} \end{bmatrix}$$