

淡江大學88資工所

科目: 數學

1.(20%) (離散)

2. (10%) 【淡江88資工】

Prove or disprove that the following matrix has a LU-decomposition:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

【分析】本題屬於題型03E. 請參閱綜線CH3定理27.

【解】

$$\text{設 } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & e \\ 0 & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad & ae \\ bd & * \end{bmatrix}$$

則 $ad=0, ae=1, bd=1$.由 $ae=1$ 得知 $a \neq 0$, 由 $bd=1$ 得知 $d \neq 0$, 所以 $ad \neq 0$, 得出矛盾.

3.(24%) (離散)

4. (12%) 【淡江88資工】

Prove or disprove that the following are linear combinations of $u=(0,-2,2)$ and $v=(1,3,-1)$.(a) $(2,2,2)$ (b) $(0,4,5)$

【分析】本題屬於題型05A. 此題考基本觀念, 請參閱綜線CH6定義9.

【解】(a) [Prove]

設 $(2,2,2) = x(0,-2,2) + y(1,3,-1)$,

(CH6定義9)

則得聯立方程式 $2=y, 2 = -2x+3y, 2=2x-y$

解得 $x=2, y=2$.

(b) [Disprove]

設 $(0,4,5) = x(0,-2,2) + y(1,3,-1)$,

(CH6定義9)

則得聯立方程式 $0=y, 4 = -2x+3y, 5=2x-y$

此方程組無解.

5.(24%) (離散), 6.(10%) (離散).